

2021年度

MA

数 学

	情 報 学 部 (情報科学科)	
3月12日(金)	理 学 部 (創造理学コース)	12 : 20 ~ 14 : 20
【後 期 日 程】	工 学 部	

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読むはいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 r を正の実数とし、複素数平面における原点 O を中心とする半径 r の円を C とする。0 でない複素数 z に対して、 O から点 $P(z)$ に向かう半直線上の点 $Q(w)$ が $|w| \cdot |z| = r^2$ を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) w を r と z を用いて表せ。
- (2) 点 P が円 C の内部にあるならば、点 Q は円 C の外部にあることを示せ。
- (3) 実軸上の点 $R\left(\frac{r}{2}\right)$ を通り、複素数平面の実軸に垂直な直線を ℓ とする。点 P が直線 ℓ 上を動くとき、点 Q がえがく図形を求め、複素数平面上に図示せよ。

(配点 25 %)

2 A, A, B, B, C, D, E の 7 文字を 1 列に並べるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 並べ方は何通りあるか求めよ。
- (2) A が 2 個連続して並ぶような並べ方は何通りあるか求めよ。
- (3) 同じ文字が連続して並ばないような並べ方は何通りあるか求めよ。

(配点 25 %)

3 t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。四面体 $OABC$ において、 AC を $t : (1-t)$ に内分する点を P 、 PB を $(1-t) : t$ に内分する点を Q とし、 CQ の延長と AB との交点を R とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) \vec{OQ} と \vec{OR} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} および t を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OBQR$ と四面体 $OCPQ$ の体積が等しくなるときの t の値を求めよ。
- (3) $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ のとき、 $\vec{OR} \cdot \vec{OC}$ の値は t によらず一定になることを示せ。

(配点 25 %)

4 媒介変数 t ($0 \leq t < \frac{\pi}{4}$) を用いて

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

で表される曲線を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ を t を用いて表せ。
- (2) $\frac{dy}{dx}$ を t を用いて表せ。
- (3) $t = \frac{\pi}{6}$ のときの曲線 C 上の点を P とする。このとき、点 P における曲線 C の接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (4) (3) の点 P と直線 ℓ において、曲線 C は点 P を除いて直線 ℓ の上側にあることを示せ。
- (5) 曲線 C と (3) で求めた直線 ℓ , および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(配点 25 %)