2022年度

| MA | 数　　学 |
|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 3月12日(土)<br>【後 期 日 程】 | 情　報　学　部 (情報科学科)<br>理　　学　　部 (創造理学コース)<br>工　　学　　部 | 12：20～14：20 |

## 注 意 事 項

### 試験開始前

1 監督者の指示があるまで，問題冊子，解答用紙に手を触れてはいけません。

2 監督者の指示に従って，全部の解答用紙(４枚)に受験番号を記入しなさい。

### 試験開始後

3 この問題冊子は，４ページあります。はじめに，問題冊子，解答用紙を確かめ，枚数の不足や，印刷の不鮮明なもの，ページの落丁・乱丁があった場合は，手をあげて監督者に申し出なさい。

4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。

5 解答スペースが不足するときは，解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし，その場合は，表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。

6 問題は，声を出して読んではいけません。

7 各問の配点は，比率(%)で表示してあります。

### 試験終了後

8 問題冊子は，必ず持ち帰りなさい。

教科・科目名 〔 数学（MA）（情報学部，理学部，工学部）〕

問題訂正

| 記号 MA | 科 目 数学 |
|---|---|

4ページ $\boxed{4}$

（誤） $x > 0$ で定義された関数 $f(x)$ に対して，

（正） $x > 0$ で定義された<u>連続</u>関数 $f(x)$ に対して，

**1** 7年に一度大発生するセミAと，11年に一度大発生するセミBと，13年に一度大発生するセミCがいる。今年を西暦2022年とする。セミAは2年前に，セミBは5年前に，セミCは1年前にそれぞれ大発生している。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 今年以降にセミAが大発生する年（西暦）を自然数$n$を用いて表せ。

(2) 今年以降にセミAとセミBが同時に大発生する年（西暦）を自然数$k$を用いて表せ。

(3) セミA，セミB，セミCが今年以降初めて同時に大発生するのは西暦何年か。

（配点25％）

**2** $c$ を実数とする。関数 $f(x)=x^3-\dfrac{3}{4}x+c$ が $f\left(\cos\dfrac{\pi}{9}\right)=0$ を満たしているとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 等式 $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ が成り立つことを示せ。

(2) $c$ の値を求めよ。

(3) $f(x)$ の増減と極値を調べ，$y=f(x)$ $(-1 \leqq x \leqq 1)$ のグラフの概形を描け。

(4) $\cos\dfrac{\pi}{9} > 0.9$ が成り立つことを示せ。

（配点 25 %）

**3** $\triangle$ABC において AB $= \sqrt{2}$，AC $=$ BC $= 2$ とする。また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。

(2) $\triangle$ABC の面積を求めよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = s\vec{b} + t\vec{c}$ が成り立つような実数 $s$，$t$ を求めよ。

(4) $\triangle$ABC の外接円上の点 P を，AP と BC が垂直になるようにとる。ただし，点 P は点 A と異なるとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = u\vec{b} + v\vec{c}$ が成り立つような実数 $u$，$v$ を求めよ。

（配点 25 %）

**4** $x>0$ で定義された関数 $f(x)$ に対して，

$$(e^x-1)f(x)=e^x+\int_1^x e^t f(t)\,dt$$

が成り立つとする。ただし，$e$ は自然対数の底である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(1)$ の値を求めよ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

(3) $y=f(x)$ のグラフを $C$ とする。$C$ 上の点 $(2,\ f(2))$ における接線 $\ell$ と $C$ との共有点は $(2,\ f(2))$ のみであることを示せ。

(4) 不等式 $\log(e+1)>\dfrac{e^2}{e^2-1}$ が成り立つことを示せ。ただし，$\log$ は自然対数とする。

（配点 25 %）