2022年度

理　　科

RA

【物　理】

3月12日(土)
【後期日程】

理　学　部（物理学科，生物科学科，創造理学コース）
工　学　部
農　学　部

9：40～11：00

注　意　事　項

試験開始前

1　監督者の指示があるまで，問題冊子，解答用紙に手を触れてはいけません。

2　監督者の指示に従い，出願時に選択した科目の問題冊子，解答用紙であるかどうかを確かめ，全部の解答用紙（３枚）に受験番号を記入しなさい。

3　出願時に選択した科目と解答した科目が異なる場合は採点されません。

試験開始後

4　この問題冊子は，８ページあります。はじめに，問題冊子，解答用紙を確かめ，枚数の不足や，印刷の不鮮明なもの，ページの落丁・乱丁があった場合は，手をあげて監督者に申し出なさい。

5　解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

6　問題は，声を出して読んではいけません。

7　各問ごとの配点は，比率(%)で表示してあります。

試験終了後

8　問題冊子は，必ず持ち帰りなさい。

1　図1のような棒振り子を考える。棒は長さ $L+l(L>l)$ で，一方の端点に質量 M の小球1が固定されている。振り子の回転軸は，小球1から長さ L の点に固定されており，棒は回転軸を中心に鉛直面内を自由に回転できるものとする。棒は細く質量の無視できる剛体とし，回転軸における摩擦および空気抵抗は無視できるものとする。重力加速度の大きさを g とし，以下の問いに答えよ。(配点33%)

問1　小球1にある位置で，ある初速度を与え，この棒振り子を運動させた。すると小球1が図1のように角度 θ[rad] $(-\pi<\theta\leqq\pi)$ の位置に来たときに，小球1の速さは v であった。ただし θ は図1のように鉛直線と棒のなす角度で反時計回りの方向を正とする。

(1)　小球1が持つ力学的エネルギーを求めよ。ただし位置エネルギーは，小球1が $\theta=0$ の位置で0となるようにとること。

(2)　この運動において v がある速さより大きい場合，小球1が回転軸の周りを一周まわって元の位置に戻り，その後も回転運動をし続けた。この速さを求めよ。

問2　この棒振り子が振り子運動をする場合を考える。この運動の振幅が十分小さければ，小球1が単振動することを以下のように示す。まず比較のために図2のように質量 M_0 の小物体 A をばね定数 k のばねにつなげ，ばねのもう一端を壁に固定し，なめらかな床に水平に置いたときの運動を考える。このとき物体 A は単振動し，その力学的エネルギーと単振動の周期は次のようになる。

$$\text{力学的エネルギー}=\frac{1}{2}M_0V^2+\frac{1}{2}ky^2,\qquad \text{周期}=2\pi\sqrt{\frac{M_0}{k}} \tag{A}$$

ここで y と V は物体 A の位置座標と速さで，位置座標の原点はばねが自然長の長さとなる点とした。この結果を参考に以下の問いに答えよ。

(1)　小球1は回転軸を中心とした半径 L の円周上を運動するので，この円周に沿って x 座標を導入する。ただし，x 座標の原点は図1の $\theta=0$ の点とし，$-\pi L<x\leqq\pi L$ の範囲の値をとる。小球1が位置 x で速さが v だった場合に，小球1が持つ力学的エネルギーを $|x|$ と v が十分小さいとして近似的に求めよ。位置エネルギーは $x=0$ で0となるようにとること。必要ならば角度 ϕ[rad]の大きさが十分小さい場合の三角関数の近似 $\sin\phi\fallingdotseq\phi$，$\cos\phi\fallingdotseq1-\frac{1}{2}\phi^2$，$\tan\phi\fallingdotseq\phi$ を用い，解答に三角関数を用いないこと。また解答において小球1の位置を表す場合は x を用い，図1の θ を用いないこと。

(2)　問2(1)の結果と，(A)式を比較し，小球1の単振動の周期を求めよ。

(3)　小球1を時刻 $t=0$ で位置 $x=x_0(>0)$ から静かに離した。x_0 を十分小さくとったため，小球1は単振動をした。時刻 $t(>0)$ での小球1の位置を求めよ。

図 1

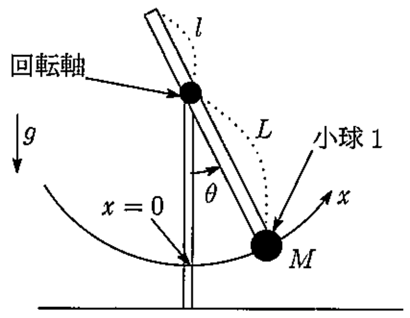
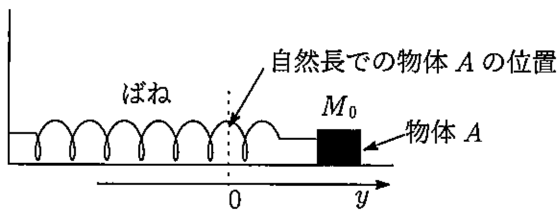


図 2



◇M16(240—101)

問 3　図 3 のように棒のもう一方の端点に細く軽いひもを付けた。そして小球 1 が角度 α[rad] $\left(0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi\right)$ の位置で静止するようにひもを引いた。ひもはたるまないものとし，ひもと鉛直線とのなす角度を図 3 のように β[rad] $(-\pi < \beta \leqq \pi)$ とする。ただし β は図 3 のように時計回りの方向を正にとる。ひもを引く力の大きさを最小とする角度 β を求めよ。またこの角度におけるひもを引く力の大きさを求めよ。

問 4　ひもを外し，図 4 のように，棒のもう一方の端点に質量 m $(m < M)$ の小球 2 を固定した。

(1)　小球 1 にある位置で，ある初速度を与えて，この棒振り子を運動させた。すると図 4 のように小球 1 が角度 θ の位置に来たときに，小球 1 の速さが v となった。この瞬間における，小球 1 の回転軸周りの角速度の大きさと小球 2 の速さをそれぞれ求めよ。また小球 1 と小球 2 の持つ力学的エネルギーの和を求めよ。ただし位置エネルギーは，小球 1 が $\theta = 0$ の位置に来たときに小球 1 と小球 2 の位置エネルギーの和が 0 となるようにとること。

(2)　小球 1 を問 2 と同様に小さい振り幅で運動させたところ，小球 1 は単振動をした。この運動の周期を求めよ。ヒント：問 4 (1)で求めた力学的エネルギーと(A)式を比較せよ。

図 3

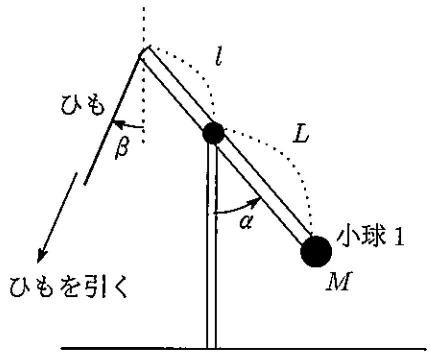
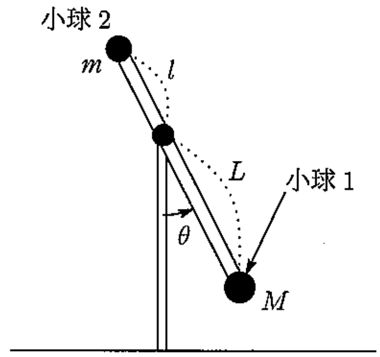


図 4



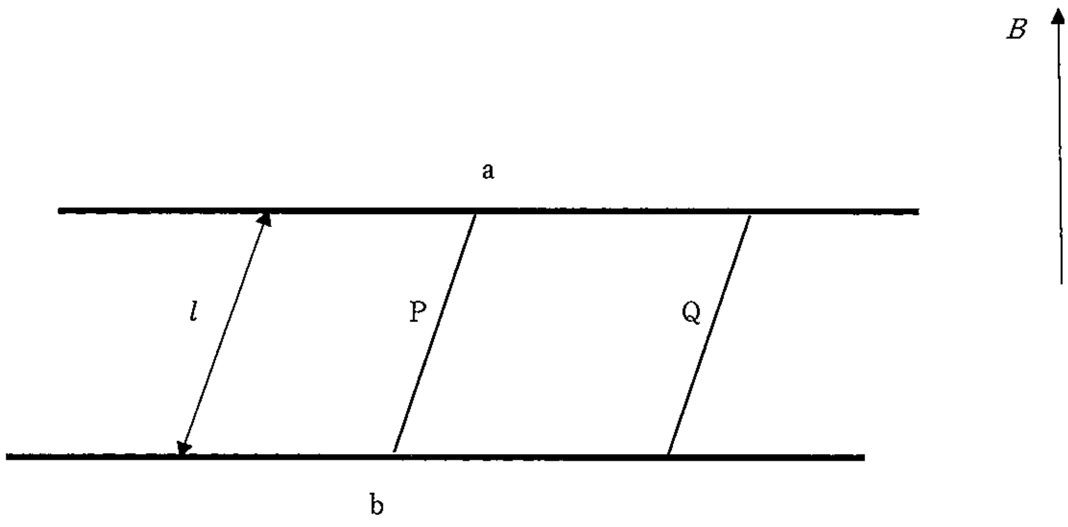
2 図のように，磁束密度の大きさがBの鉛直上向きの一様な磁場中に，十分長い2本の金属レールが水平面内に距離lを隔てて平行に置かれている。質量m，長さlの一様な細い金属棒P，Qが，常にレールと直角の状態を保ちつつ，2本のレールの上を運動する。P，Qとレールの間に摩擦はなく，P，Qに対する空気抵抗は無視できる。P，Qおよび2本のレールからなる回路において，P，Qの電気抵抗はそれぞれRであり，レールの電気抵抗は無視できる。Pとレールの接点を図のようにa，bとする。また，この回路を流れる電流が作る磁場は無視できる。初めPを固定し，外力を加えてQを一定の速さwで右向きに運動させた。以下の(ア)～(セ)のうち(オ)，(カ)以外については，当てはまる数式または数値を求めよ。数式は，B，l，m，R，wのうち必要なものを用いて表せ。(オ)，(カ)については，{ }内の①，②から適切なものを一つ選べ。
(配点33％)

問1 初めの状態で，P，Qおよび2本のレールからなる回路を貫く磁束の単位時間あたりの変化の大きさは $\boxed{(ア)}$ であり，Qを流れる電流の大きさは $\boxed{(イ)}$ である。このとき，Qに加えている外力の仕事率は $\boxed{(ウ)}$ であり，Qで単位時間に発生するジュール熱は $\boxed{(エ)}$ である。

問2 初めの状態をしばらく続けた後，Qを一定の速さwで右向きに運動させたまま，Pの固定を外し自由に運動できるようにした。この直後に，Pには $\boxed{(オ)\ \{①aからb，②bからa\}}$ の向きに正の電流が流れているので，Pは $\boxed{(カ)\ \{①右向き，②左向き\}}$ に運動を始める。十分時間が経つと，Pの速さは一定値 $\boxed{(キ)}$ になった。このとき，Pを流れる電流の大きさは $\boxed{(ク)}$ である。

問3 問2でPの速さが一定になった後，Pを急に再び固定し，Qを自由に運動させた。この後，十分時間が経つとQは静止した。Pを固定してからQが静止するまでに，Qで発生したジュール熱は $\boxed{(ケ)}$ である。

問4 問3でPを固定した直後に，Qには大きさ $\boxed{(コ)}$ の電流が流れ，Qは磁場から大きさ $\boxed{(サ)}$ の力を受けるので，このときのQの加速度の大きさは $\boxed{(シ)}$ である。次に，Pを固定してからQが静止するまでの間のある短い時間$\Delta t\,(\Delta t > 0)$に，Qが距離Δxだけ移動し，その速さが$\Delta v\,(\Delta v > 0)$だけ減少したとする。このとき，Qの速さは$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，加速度の大きさは$\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$と表せるので，$\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \boxed{(ス)} \times \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$の関係が得られる。これより，$\Delta v = \boxed{(ス)} \times \Delta x$が成り立つ。Pを固定してからQの速さは$w$から0まで減少するので，Pを固定してからQが静止するまでにQが移動した距離は $\boxed{(セ)}$ であることがわかる。


B
a
l
P
Q
b

3 なめらかに動くピストンを持つ容器内に，1 mol の単原子分子理想気体が封入されている。この気体の圧力 p と体積 V を図のようにゆっくりと変化させる。各状態 A，B，C，D における体積を V_A，V_B，V_C，V_D，温度を T_1，T_1，T_2，T_2 $(T_2 > T_1)$ とする。状態変化 A→B および状態変化 C→D は等温変化，状態変化 B→C および状態変化 D→A は断熱変化である。

単原子分子理想気体の断熱変化において気体の圧力 p と体積 V の間には $pV^{\frac{5}{3}}=$一定 の関係が成り立つ。温度 T の等温変化で体積が V から V' となったときに，1 mol の単原子分子理想気体が外部からされる仕事は，気体定数を R とし，自然対数を使って $RT\log\left(\dfrac{V}{V'}\right)$ で与えられる。

(配点 34 %)

問 1　状態 A の圧力を理想気体の状態方程式を用いて表せ。

問 2　状態 B の圧力は状態 A の圧力の何倍かを求めよ。解答には V_A，V_B，T_1，R から必要なものを用いること。

問 3　状態変化 A→B において，気体の内部エネルギーの増加量 ΔU_{AB}，気体が外部からされる仕事 W_{AB}，気体が外部から受け取る熱量 Q_{AB} を求めよ。解答には V_A，V_B，T_1，R から必要なものを用いること。

問 4　状態 C の体積 V_C は状態 B の体積 V_B の何倍かを求めよ。解答には T_1，T_2，R から必要なものを用いること。

問 5　状態変化 B→C において，気体の内部エネルギーの増加量 ΔU_{BC}，気体が外部からされる仕事 W_{BC}，気体が外部から受け取る熱量 Q_{BC} を求めよ。解答には V_B，V_C，T_1，T_2，R から必要なものを用いること。

問 6　4 つの状態変化 A→B，B→C，C→D，D→A のそれぞれに対して，以下の(ア)から(カ)のうち，あてはまるものをすべて選べ。

(ア)　気体が外部から正の熱を受け取る（吸熱）変化

(イ)　気体が外部に正の熱を放出する（放熱）変化

(ウ)　気体が外部に正の仕事をする変化

(エ)　気体が外部から正の仕事をされる変化

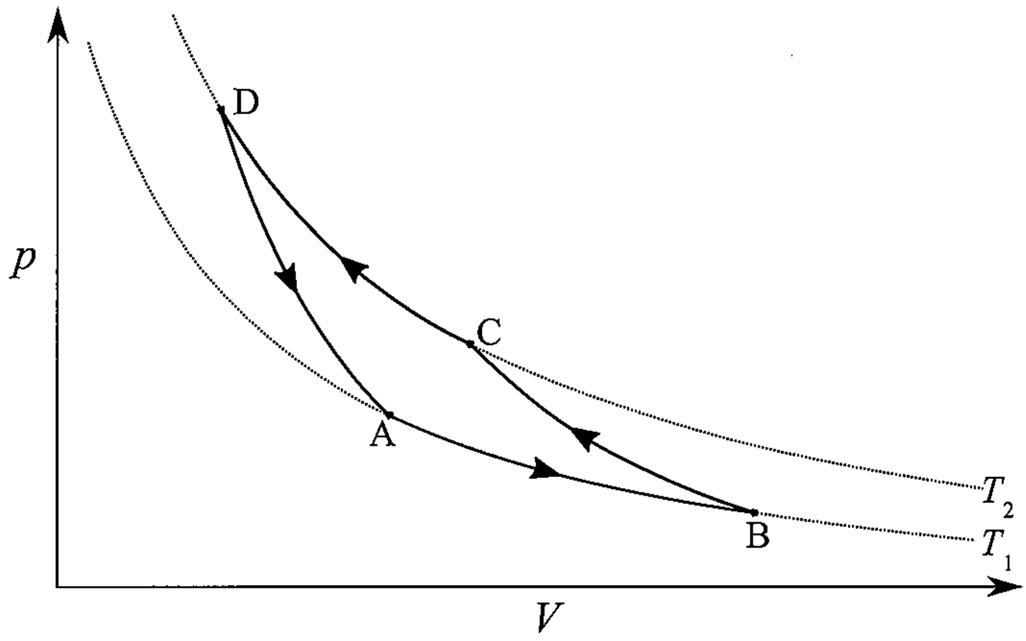
(オ)　温度が上昇する変化

(カ)　温度が低下する変化

問 7　A→B→C→D→A を 1 サイクルとしたヒートポンプ機構を考える。

(1)　状態変化 C→D で気体が外部から受け取る熱量を Q_{CD} とする。$\dfrac{Q_{\mathrm{CD}}}{Q_{\mathrm{AB}}}$ を求めよ。解答には T_1, T_2, R から必要なものを用いること。

(2)　A→B→C→D→A の 1 サイクルの間に気体が外部からされた仕事の総和を W とする。このときヒートポンプ機構の効率 $\dfrac{Q_{\mathrm{AB}}}{W}$ を求めよ。解答には T_1, T_2, R から必要なものを用いること。



図