

2022年度

理 科
【 物 理 】

2月25日(金)	理 学 部 (数学科, 物理学科, 地球科学科, 創造理学コース) 農 学 部	
【前 期 日 程】	地域創造学環 (選抜方法A)	13:50~15:10
	工 学 部	14:40~16:00

注 意 事 項

試験開始前

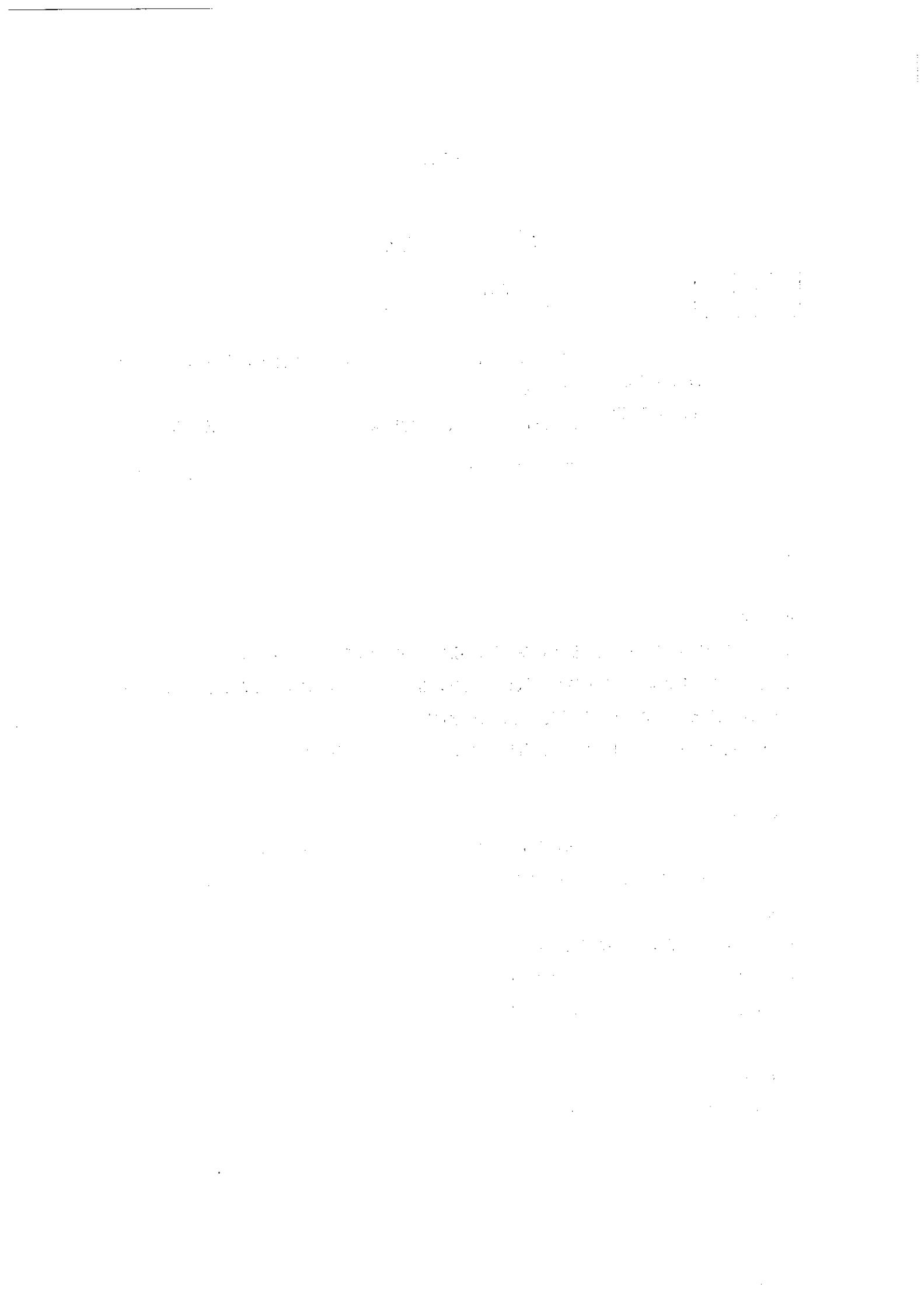
- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従い、出願時に選択した科目の問題冊子、解答用紙であるかどうかを確かめ、全部の解答用紙（3枚）に受験番号を記入しなさい。
- 3 出願時に選択した科目と解答した科目が異なる場合は採点されません。

試験開始後

- 4 この問題冊子は、6ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 5 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問ごとの配点は、比率(%)で表示しております。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。



1 質量 M , 底面積 S , 高さ L の密度が一様な剛体の直方体がある。ばねの力, 浮力および重力による, この直方体の運動について以下の問いに答えよ。鉛直方向下向きに z 軸をとり, 直方体は z 軸に沿って運動するものとする。重力加速度の大きさを g , 水の密度を ρ_0 , 円周率を π とする。空気の抵抗, 空気中での浮力, 水の抵抗, 水の運動を考慮する必要はない。(配点 34 %)

問 1 図 1 のように, 天井からばね定数 k の軽いばねをつるし, 直方体上端面の中心の点 P にばねを取り付ける。ばねの自然の長さから, 直方体を手で支えながらゆっくりと下げていくと, ある位置でつり合いの状態になり, 手から離れて静止した。つり合いの状態での点 P の位置を $z = 0$ とする。

- (1) ばねの自然の長さでの点 P の位置 $-z_0$ ($z_0 > 0$) を求めよ。
- (2) 直方体の位置をばねの自然の長さまで戻し静かに手を放した。手を放した後の直方体の運動方程式を点 P の位置 z を用いて示せ。直方体の鉛直方向下向きの加速度を a とする。
- (3) 手を放した後, 直方体は単振動を行った。点 P がつり合いの位置 $z = 0$ に達したときの直方体の速さを, M , k , z_0 を用いて示せ。
- (4) 直方体の単振動の周期 T を z_0 を用いずに示せ。
- (5) 時刻 t での直方体の点 P の位置 z を z_0 , T , t を用いて示せ。手を放した時刻を $t = 0$ とする。

問 2 図 2 のように, 直方体を水面に静かに浮かべたところ, 直方体上端面の中心の点 P が水面から $\frac{1}{4}L$ の位置(直方体の水面下の長さ $\frac{3}{4}L$)で静止した。大気圧および直方体を浮かべたことによる水位の変化を考慮する必要はない。

- (1) z 軸方向について, 直方体が静止しているときの直方体に働く力のつり合いの式を示せ。
- (2) (1)の静止位置から直方体を手でゆっくりと押し下げる。(1)での点 P の位置を $z = 0$ として, 点 P の位置が z ($\leq \frac{1}{4}L$) のときの直方体から手に働く力の大きさを z を用いて示せ。
- (3) (1)の位置から点 P が水面の位置にくるまで直方体を手で押し下げ, その後静かに手を放すと直方体は単振動を行った。単振動を行っているときの直方体の運動方程式を点 P の位置 z を用いて示せ。直方体の鉛直方向下向きの加速度を a とする。
- (4) 単振動を行っているときの復元力はフックの法則にしたがう力(ばねによる力)と同じと見なせる。この運動におけるばね定数に相当する量を示せ。
- (5) つり合いの位置から直方体上端の点 P が水面の位置にくるまで直方体を手でゆっくりと押し下げる間, 手が直方体にした仕事を求めよ。

問 3 図 3 のように、問 1 と同じばねを天井からつるし、直方体上端面の中心の点 P にとりつけてから、直方体をゆっくりと水面に浮かべたところ、点 P が水面から $\frac{1}{3}L$ の位置(直方体の水面下の長さ $\frac{2}{3}L$)で静止した。以下の問い合わせには直方体の質量 M を含めて答えよ。

- (1) 静止しているときのばねの自然の長さからの伸びを求めよ。
- (2) 直方体上端の点 P が水面の位置にくるまで手で押し下げてから、静かに手を放すと直方体は単振動を行った。直方体の単振動の周期を求めよ。
- (3) 単振動している直方体の速さの最大値を求めよ。

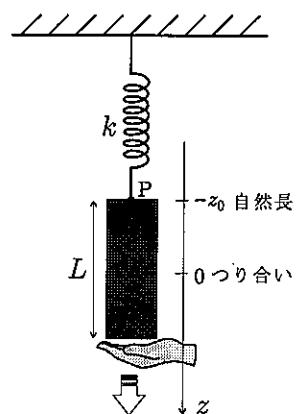


図 1

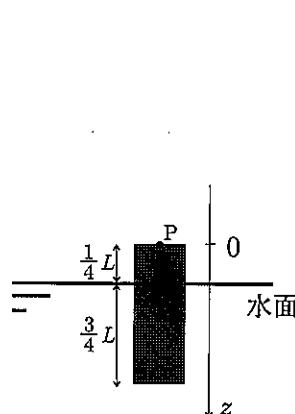


図 2

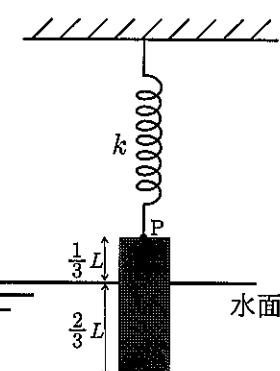


図 3

2 真空中にある導線を流れる電流と、電流から生じる磁場(磁界)および力について、以下の問いに答えよ。真空の透磁率を μ_0 、円周率を π とする。(配点 34 %)

問 1 図 1 のように、 x 軸上の点 A($x = d$) および点 B($x = -d$) に z 軸に平行な十分に長い 2 本の直線導線があり、それぞれ z 軸正の方向へ電流 I ($I > 0$) を流す。図 1 右は z 軸正の方向からみた xy 平面上での様子を表す。

- (1) 点 A 上の直線導線に流れる電流 I が点 B につくる磁束密度の大きさ $|\vec{B}_A|$ を求めよ。また、この磁束密度 \vec{B}_A を点 B を始点とする矢印(ベクトル図)として解答用紙の xy 平面図上に示せ。矢印には記号 \vec{B}_A を添えよ。矢印の長さは適当でよい。
- (2) 点 A 上の直線導線から点 B 上の直線導線に働く単位長さあたりの力の大きさ $|\vec{F}_A|$ を求めよ。
- (3) 図 1 に示す y 軸上の点 Pにおいて、点 A 上の直線導線に流れる電流 I がつくる磁束密度の大きさ $|\vec{B}_A|$ を求めよ。ただし、点 P の y 座標を y ($y \geq 0$) とする。また、この磁束密度 \vec{B}_A を点 P を始点とする矢印(ベクトル図)として解答用紙の xy 平面図上に示せ((1)と共通図、以下同様)。矢印には記号 \vec{B}_A を添えよ。矢印の長さは適当でよい。
- (4) (3)で描いた矢印と同様に、点 Pにおいて、点 B 上の直線導線に流れる電流 I がつくる磁束密度 \vec{B}_B 、および合成された磁束密度 $\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_B$ を、点 P を始点とする矢印(ベクトル図)として解答用紙の xy 平面図上にそれぞれ示せ。矢印には記号 \vec{B}_B および \vec{B} を添えよ。矢印の長さは(3)で描いた \vec{B}_A の長さを基準とせよ。
- (5) (4)で描いたベクトル図を参考にして、点 P での合成された磁束密度の大きさ $|\vec{B}|$ を求めよ。

問 2 図 2 のように、問 1 と同じ 2 本の直線導線があり、電流 I ($I > 0$) が流れている。導線間の yz 平面上に変形しない長方形導線ループをおく。ループの z 軸と平行な縦の辺は長さが a 、 y 軸と平行な横の辺は長さが b である。長方形ループは y 軸正の方向に速さ v で等速直線運動し、ループ全体は $y \geq 0$ の領域にあるものとする。図 2 右は x 軸正の方向からみた yz 平面上での様子を表す。長方形ループを流れる電流による磁場への影響は考慮しなくてよい。

- (1) 位置 y にある縦の辺 a に生じる起電力の大きさ V_a と、位置 $y + b$ にある縦の辺 a' に生じる起電力の大きさ $V_{a'}$ を求めよ。ただし、位置 y での磁束密度の大きさを B 、位置 $y + b$ での磁束密度の大きさを B' とする。
- (2) 問 1(5)の結果を(1)の B 、 B' に用いて、辺 a が $y = 0$ 、辺 a' が $y = b$ にあるときの長方形ループ全体に生じる起電力の大きさを求めよ。
- (3) (2)で生じた起電力により長方形ループには電流が流れる。ループ全体の抵抗値を R としたとき、この電流の大きさを求めよ。また、この電流の流れる方向を、図 2 右のループ下にある矢印(アイ)から選択し、(アイ)のどちらかで答えよ。
- (4) (2)のとき、長方形ループを流れる電流により長方形ループ全体に生じる力の大きさを、直線導線を流れる電流 I を用いて示せ。また、この力の方向を、 (x, y, z) 軸のうちの 1 軸と(正、負)のうちの 1 つの組み合わせとして示せ(例： x 軸・正)。

問 3 図 3 のような、半径 a 、単位長さあたりの巻き数 n で導線を密に巻いた十分長いソレノイド A がある。ソレノイド A に電流 I ($I > 0$) を流す。ソレノイド内部には、中心軸に平行で一様な磁場ができるものとする。

- (1) ソレノイド A の内部にできる磁束密度の大きさを求めよ。
- (2) ソレノイド A の内側に、縦の辺の長さが a 、横の辺の長さが b である変形しない長方形の一巻きのコイル B を、コイル面がソレノイド A のつくる磁場と垂直になるようおく。ソレノイド A を流れる電流を一定の割合で減少させ、時間 Δt の間に電流を I から 0 とした。このとき、コイル B に生じる誘導起電力の大きさを求めよ。コイル B を流れる電流が磁場に与える影響は考慮しなくてよい。
- (3) ソレノイド A とコイル B の間の相互インダクタンスを求めよ。

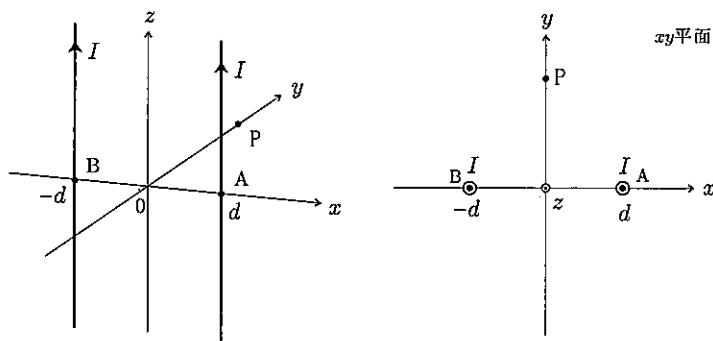


図 1

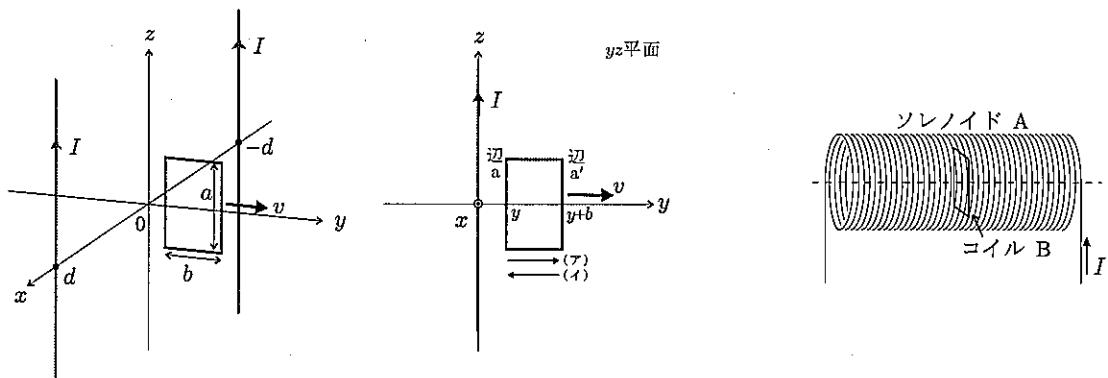


図 2

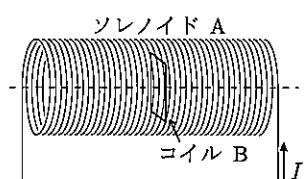


図 3

- 3 進行方向が同一平面上にある光の屈折について以下の問いに答えよ。角度の単位にはラジアン(rad)を用いる。(配点 32 %)

問 1 図 1 は、入射角 θ 、屈折角 θ' で領域 A から領域 B へ進行する平面波の波面の様子を表す。領域 B の領域 A に対する屈折率を n とすると屈折の法則は $\sin \theta = n \sin \theta'$ と表される。領域 A、B での波の波長を、 λ_A 、 λ_B 、同じく波の速さを v_A 、 v_B とする。

- (1) 境界面上で隣り合う波面を結んだ線分 \overline{FG} の長さを、 θ 、 λ_A を用いた式、および θ' 、 λ_B を用いた式でそれぞれ表せ。
 (2) 屈折率 n を、 λ_A 、 λ_B を用いた式、および v_A 、 v_B を用いた式でそれぞれ表せ。

問 2 図 2 のように、ガラスでできた十分薄い凸レンズが空気中にある。レンズの中心を原点 O に、レンズの光軸を x 軸にとり、 xy 平面上の点の位置を座標 (x, y) によって表す。点 $Q_1(-a, s_1)$ をでた光がレンズ内の点 $P(0, y_P)$ を通り点 $Q_2(b, -s_2)$ に達したとする。 a 、 b 、 s_1 、 s_2 を正の定数として、 $s_1 \geq y_P \geq 0$ の場合を考える。

光軸と、線分 $\overline{Q_1P}$ および線分 $\overline{PQ_2}$ とのなす角度を ϕ_1 、 ϕ_2 と表す。 $\tan \phi_1$ を a 、 s_1 、 y_P を用いた式で表せ。また、 $\tan \phi_2$ を b 、 s_2 、 y_P を用いた式で表せ。ただし、 $\phi_1 \geq 0$ 、 $\phi_2 > 0$ とする。

問 3 問 2 の光について、点 Q_1 をでて任意の点 $(0, y_P)$ を通過するすべての光が点 $Q_2(b, -s_2)$ に達するための条件を考える。

図 3 は図 2 の点 P 付近の拡大図である。空気とレンズ間の Q_1 側の境界面を面 1、 Q_2 側の境界面を面 2 とする。面 1 での入射角、屈折角を θ_1 、 θ'_1 とし、面 2 での入射角、屈折角を θ'_2 、 θ_2 とする。問 1 に示した屈折の法則 $\sin \theta = n \sin \theta'$ に対して、十分小さな θ について成り立つ近似式 $\sin \theta \approx \theta$ を用いると、面 1、面 2 について、

$$\theta_1 \approx n\theta'_1, \quad \theta_2 \approx n\theta'_2 \quad (1)$$

が得られる。ここで n は空気に対するガラスの屈折率であり、1 より大きい定数とする。

以下の文章の (ア) から (イ) に入る適當な式を示せ。

境界面における光の進行方向は、面 1 では θ_1 、 θ'_1 を用いて表すと、角度 (ア) (> 0) だけ変化し、面 2 では θ_2 、 θ'_2 を用いて表すと、角度 (イ) (> 0) だけ変化する。したがって、

$\phi_2 - \phi_1 = (ア) + (イ)$ となる。この式と式(1)より、 θ'_1 、 θ'_2 を用いて表すと、 $\phi_2 - \phi_1 \approx (n - 1) \times (ウ)$ が得られる。

また、面 1 の法線と面 2 の法線のなす角度を図 3 のように $\alpha (\geq \theta'_2)$ とすると $\alpha = (ウ)$ であることもわかり、以下の式(2)が得られる。

$$\phi_2 - \phi_1 \approx (n - 1)\alpha \quad (2)$$

一方、問2で求めた $\tan \varphi_1$ と $\tan \varphi_2$ について、 φ_1, φ_2 が十分小さいとして、近似式 $\tan \varphi \approx \varphi$ を用いて、 $\varphi_2 - \varphi_1$ を計算すると、以下の式(3)が得られる。((エ) には a, b を、 (オ) には s_1, s_2, a, b を用いる。)

$$\varphi_2 - \varphi_1 \approx (エ) \times y_p + (オ) \quad (3)$$

凸レンズの形状により決まる定数 C を用いて、角度 α が $\alpha = Cy_p$ と表されるとき、式(2)と式(3)が任意の y_p について成り立つ条件は、

$$(エ) = (n - 1)C, \quad (オ) = 0 \quad (4)$$

となる。式(4)の右式から、 s_1 と s_2 の比 $\frac{s_2}{s_1}$ 、すなわち凸レンズの倍率は a, b を用いて (カ) となる。

また、 $\varphi_1 = 0$ のとき、線分 \overline{PQ}_2 と光軸の交点は凸レンズの焦点になり、式(2)は

$$\varphi_2 \approx (n - 1)Cs_1 \quad (5)$$

となる。式(5)と $\varphi_2 \approx \tan \varphi_2$ が成り立つとすると、焦点と点 O の間の距離は、 n と C を用いて (キ) と表される。

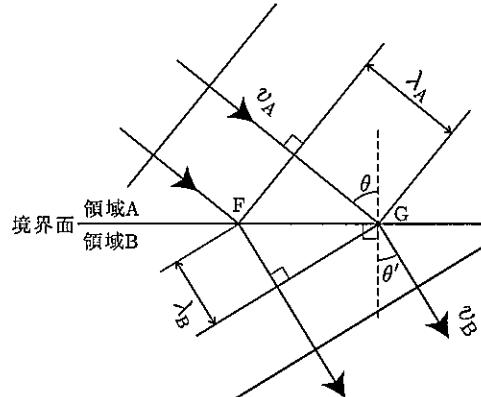


図 1

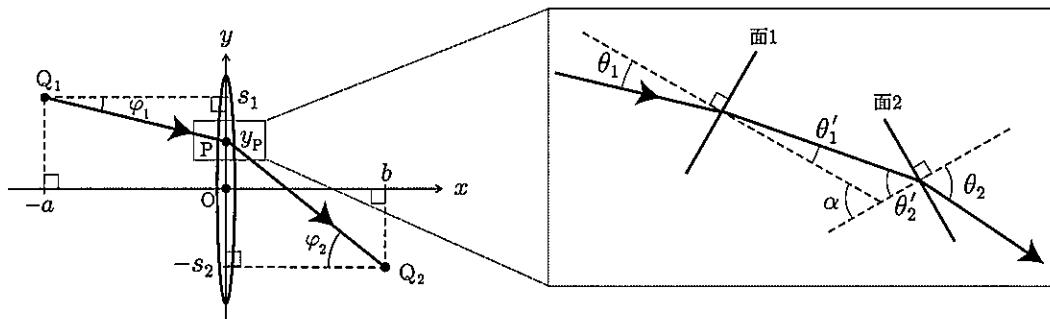


図 2

図 3

