

2023年度

MA

# 数 学

3月12日(日) 情報学部(情報科学科) 12:20~14:20  
【後期日程】 理学部(創造理学コース)  
工学部

## 注 意 事 項

### 試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入下さい。

### 試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出下さい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入下さい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記下さい。
- 6 問題は、声を出して読むはいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

### 試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰り下さい。

**1** 自然数  $n$  に対して  $(1 + \sqrt{2})^n$  を

$$(1 + \sqrt{2})^n = x_n + y_n\sqrt{2} \quad (x_n, y_n \text{ は自然数})$$

と表す。(ただし、このような自然数  $x_n, y_n$  が一意に定まることは認めてよい。) また、 $z_n = x_n^2 - 2y_n^2$  とおく。数列  $\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\}$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $x_{n+1}, y_{n+1}$  を、 $x_n, y_n$  を用いてそれぞれ表せ。
- (2)  $z_{n+1}$  を  $z_n$  を用いて表せ。
- (3) 数列  $\{z_n\}$  の一般項  $z_n$  を求めよ。
- (4) 方程式  $x^2 - 2y^2 = 1$  を満たす自然数  $x, y$  の組  $(x, y)$  を 4 組求めよ。

(配点 25 %)

**2** 2つの正の数  $c, d$  に対して、座標空間の4点  $A(2, 1, 0), B(0, 2, -1), C(c, 0, -2c), D(d, -d, d)$  を考える。 $\triangle ABC$  は正三角形とし、 $\angle ABD = \frac{\pi}{6}$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $c, d$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 3点  $A, B, C$  を通る平面  $\alpha$  に点  $D$  から下ろした垂線を  $DE$  とする。点  $E$  の座標を求めよ。
- (3) 四面体  $ABCD$  の体積を求めよ。

(配点 25 %)

**3** 正の数  $k$  に対して、次の 2 つの不等式を考える。

$$x^2 + 2x - k > 0 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

$$x^2 - k^2 < 0 \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) ① を満たす実数  $x$  の値の範囲を  $k$  を用いて表せ。
- (2) ① と ② を同時に満たす実数  $x$  の値の範囲を  $k$  を用いて表せ。
- (3) ① と ② を同時に満たすような整数  $x$  は  $x = 1$  のみとなる  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (4) ① と ② を同時に満たすような整数  $x$  は  $x = 2$  のみとなる  $k$  の値を求めよ。

(配点 25 %)

4 実数  $a, b$  は  $1 < a < b$  を満たすとする。  $0 \leq x \leq 1$  で定義された関数

$$f(x) = \frac{1}{2}(a^x b^{1-x} + a^{1-x} b^x)$$

に対して、次の問いに答えよ。ただし、 $\log$  は自然対数とする。

- (1) 1 ではない正の実数  $c$  に対して  $(c^x)' = c^x \log c$  であることを、対数微分法を用いて示せ。
- (2) 第 1 次導関数  $f'(x)$  および第 2 次導関数  $f''(x)$  をそれぞれ求めよ。
- (3) 関数  $f(x)$  の増減を調べ、最大値と最小値を求めよ。
- (4) 定積分  $\int_0^1 f(x) dx$  を求めよ。
- (5) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sqrt{ab} \leq \frac{b-a}{\log b - \log a} \leq \frac{a+b}{2}$$

(配点 25 %)

## 正解・解答例

教科・科目名	数学 MA (後期日程試験：令和5年度)
1	<p>(1) <math>x_{n+1} = x_n + 2y_n, y_{n+1} = x_n + y_n</math></p> <p>(2) <math>z_{n+1} = -z_n</math></p> <p>(3) <math>z_n = (-1)^n</math></p> <p>(4) <math>(x, y) = (3, 2), (17, 12), (99, 70), (577, 408)</math> など</p>
2	<p>(1) <math>c = 1, d = 3</math></p> <p>(2) <math>E(5, -1, 1)</math></p> <p>(3) 3</p>
3	<p>(1) <math>x &lt; -1 - \sqrt{k+1}</math> および <math>-1 + \sqrt{k+1} &lt; x</math></p> <p>(2) <math>k &gt; 3</math> のとき <math>-k &lt; x &lt; -1 - \sqrt{k+1}</math> および <math>-1 + \sqrt{k+1} &lt; x &lt; k</math>, <math>0 &lt; k \leq 3</math> のとき <math>-1 + \sqrt{k+1} &lt; x &lt; k</math></p> <p>(3) <math>1 &lt; k \leq 2</math></p> <p>(4) <math>k = 3</math></p>
4	<p>(1) 略</p> <p>(2) <math>f'(x) = \frac{\log a - \log b}{2}(a^x b^{1-x} - a^{1-x} b^x),</math>  <math>f''(x) = \frac{(\log a - \log b)^2}{2}(a^x b^{1-x} + a^{1-x} b^x)</math></p> <p>(3) <math>x = 0</math> および <math>x = 1</math> のとき最大値 <math>\frac{a+b}{2}</math>, <math>x = \frac{1}{2}</math> のとき最小値 <math>\sqrt{ab}</math> (増減は略)</p> <p>(4) <math>\frac{b-a}{\log b - \log a}</math></p> <p>(5) 略</p>

## 採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	<b>数 学 MA（後期日程試験：令和 5 年度）</b>
実施学部 学科（課程）等	情報学部（情報科学科），理学部（創造理学コース），工学部
出題のねらい	<p><b>1</b> 数列の基本を理解しているか。二項定理を用いた計算ができるか。</p> <p><b>2</b> ベクトルに関する基本的な性質を理解し，空間図形に関する問題を解くことができるか。</p> <p><b>3</b> 2次関数の基本を理解し，2次不等式を解くことができるか。</p> <p><b>4</b> 微分・積分の基本を理解しているか。指数関数・対数関数について理解しているか。</p>
採点基準	<p><b>1</b> 配点 25 %</p> <p><b>2</b> 配点 25 %</p> <p><b>3</b> 配点 25 %</p> <p><b>4</b> 配点 25 %</p>