

2023年度

MC

数 学

3月12日(日)

教 育 学 部 (数学教育専修)

12 : 20 ~ 13 : 40

【後 期 日 程】

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(3枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、3ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読むはいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。ただし、 \log は自然対数とする。

(1) 不定積分 $\int x \log x dx$ を求めよ。

(2) t を実数とするとき、定積分

$$I(t) = \int_1^e x |\log x - t| dx$$

を求めよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(3) 実数 t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき、 $I(t)$ の最大値と最小値を求めよ。

(配点 30 %)

2 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ で定義された 2 つの関数 $f(x) = 1 + 2\cos x$, $g(x) = \frac{1}{\cos x}$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点の x 座標をすべて求めよ。
- (2) $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ のとき、不等式 $f(x) \geq g(x) > 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

(配点 35 %)

3

複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ は正三角形であるとする。また、 $\omega = \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $n = 1, 2, 3, 4, 5$ に対しては $\omega^n \neq 1$ であり、かつ $\omega^6 = 1$ であることを示せ。

(2) $\omega^2 - \omega + 1 = 0$ であることを示せ。

(3) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta$ であることを示せ。

(4) $\alpha = 2 - i$, $\beta = 5 + i$ のとき、 γ の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。

(配点 35 %)

正解・解答例

教科・科目名	数学 MC (後期日程試験：令和5年度)
1	<p>(1) $\int x \log x dx = \frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{4}x^2 + C$ (C は積分定数)</p> <p>(2) $I(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(e^2 - 1)t + \frac{1}{4}(e^2 + 1) & t < 0 \\ \frac{1}{2}e^{2t} - \frac{1}{2}(e^2 + 1)t + \frac{1}{4}(e^2 - 1) & 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{1}{2}(e^2 - 1)t - \frac{1}{4}(e^2 + 1) & 1 < t \end{cases}$</p> <p>(3) $t = 0$ のとき最大値 $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$, $t = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{2}(e^2 + 1)\right)$ のとき最小値 $\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}(e^2 + 1) \log \frac{e^2 + 1}{2}$</p>
2	<p>(1) $x = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$</p> <p>(2) 略</p> <p>(3) $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3} - \log(7 + 4\sqrt{3})$</p> <p>(4) $2\pi^2 + 3\sqrt{3}\pi$</p>
3	<p>(1) 略</p> <p>(2) 略</p> <p>(3) 略</p> <p>(4) $\gamma = \frac{7 - 2\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, \frac{7 + 2\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$</p>

採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	数 学 MC（後期日程試験：令和 5 年度）
実施学部 学科（課程）等	教育学部（数学教育専修）
出題のねらい	<p>1 微分・積分の基本を理解しているか。場合分けによる整理が正しくできるか。</p> <p>2 微分・積分の基本を理解しているか。曲線が囲む図形の面積および回転体の体積を求めることができるか。</p> <p>3 複素数に関する基本的な性質を理解しているか。</p>
採点基準	<p>1 配点 30 %</p> <p>2 配点 35 %</p> <p>3 配点 35 %</p>