

2023年度

M 2

# 数 学

2月25日(土) 【前期日程】	情報学部 (情報科学科)	9 : 30 ~ 11 : 30
	理学部 (物理学科, 化学科, 創造理学コース)	9 : 50 ~ 11 : 50
	工学部	9 : 20 ~ 11 : 20

## 注 意 事 項

### 試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

### 試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することができます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読むてはいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

### 試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

**1** 2つの関数

$$f(x) = (x-1)(x-4)^2, \quad g(x) = |(x-1)(x-4)|(x-4)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフの概形を描け。
- (2)  $x = 4$  における  $g(x)$  の微分係数  $g'(4)$  を微分係数の定義にしたがって求めよ。
- (3) 実数  $c$  に対して, 方程式  $g(x) = c$  の実数解の個数を求めよ。
- (4) 定積分  $\int_0^2 g(x) dx$  の値を求めよ。

(配点 25 %)

**2**  $n$  を自然数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) すべての  $n$  に対して、不等式  $n < \left(\frac{3}{2}\right)^n$  が成り立つことを示せ。

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$  が成り立つことを示せ。

(3) すべての  $n$  に対して、不等式  $\frac{n(n+1)}{2} < 3\left(\frac{3}{2}\right)^n - 3$  が成り立つことを示せ。

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$  が成り立つことを示せ。

(配点 25 %)

**3**  $\triangle ABC$  において、辺  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  を  $1:2$  に内分する点をそれぞれ  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  とし、線分  $AA_1$  と線分  $BB_1$  の交点を  $A_2$ , 線分  $BB_1$  と線分  $CC_1$  の交点を  $B_2$ , 線分  $CC_1$  と線分  $AA_1$  の交点を  $C_2$  とする。 $\triangle ABC$ ,  $\triangle A_2B_2C_2$  の面積をそれぞれ  $S$ ,  $S_2$  とする。また、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{AA_1}$ ,  $\overrightarrow{AA_2}$ ,  $\overrightarrow{AC_2}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle BAC_2$  の面積と  $\triangle BA_2C_2$  の面積は等しいことを示せ。
- (3) 面積比  $S:S_2$  を求めよ。

(配点 25 %)

4 箱の中に 15 本のくじが入っている。そのうち、5 本が当たりくじで、10 本がはずれくじである。箱の中からくじを 1 本引いて当たりかはずれかを確認し、引いたくじを箱に戻す試行を考える。この試行をくり返し、次の条件 (a) または (b) が満たされた時点で終了する。

(a) 当たりくじを合計 3 回引く

(b) はずれくじを連続して 3 回引く

このとき、次の問いに答えよ。

(1) ちょうど 4 回でくじ引きが終了する確率を求めよ。

(2) ちょうど 5 回でくじ引きが終了する確率を求めよ。

(3) ちょうど 7 回でくじ引きが終了する確率を求めよ。

(配点 25 %)

## 正解・解答例

教科・科目名	数学 M2 (前期日程試験：令和5年度)
<b>1</b>	<p>(1) 極大値 4 (<math>x = 2</math>), 極小値 0 (<math>x = 4</math>), 変曲点 (3, 2) 増減表とグラフは略</p> <p>(2) <math>g'(4) = 0</math></p> <p>(3) <math>c &lt; -4</math> および <math>0 &lt; c</math> のとき 1 個, <math>c = -4</math> および <math>c = 0</math> のとき 2 個, <math>-4 &lt; c &lt; 0</math> のとき 3 個</p> <p>(4) <math>-\frac{19}{2}</math></p>
<b>2</b>	<p>(1) 略</p> <p>(2) 略</p> <p>(3) 略</p> <p>(4) 略</p>
<b>3</b>	<p>(1) <math>\overrightarrow{AA_1} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}</math>, <math>\overrightarrow{AA_2} = \frac{4}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{b}</math>, <math>\overrightarrow{AC_2} = \frac{2}{7}\vec{a} + \frac{1}{7}\vec{b}</math></p> <p>(2) 略</p> <p>(3) <math>S : S_2 = 7 : 1</math></p>
<b>4</b>	<p>(1) <math>\frac{14}{81}</math></p> <p>(2) <math>\frac{16}{81}</math></p> <p>(3) <math>\frac{64}{729}</math></p>

## 採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	<b>数 学 M2（前期日程試験：令和 5 年度）</b>
実施学部 学科（課程）等	情報学部（情報科学科），理学部（物理学科，化学科，創造理学コース），工学部
出題のねらい	<p><b>1</b> 微分・積分に関する基本を理解しているか。微分係数を定義に基づいて求めることができるか。</p> <p><b>2</b> 数学的帰納法を用いた証明ができるか。数列の極限の基本を理解しているか。</p> <p><b>3</b> ベクトルに関する基本的な性質を理解し，平面図形に関する問題を解くことができるか。</p> <p><b>4</b> 場合の数および確率に関する基本を理解しているか。</p>
採点基準	<p><b>1</b> 配点 25 %</p> <p><b>2</b> 配点 25 %</p> <p><b>3</b> 配点 25 %</p> <p><b>4</b> 配点 25 %</p>