

2024年度

MA

数 学

	情 報 学 部 (情報科学科)	
3月12日(火)	理 学 部 (創造理学コース)	12 : 20 ~ 14 : 20
【後 期 日 程】	工 学 部	

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 座標平面上で中心が $P(\sqrt{2}, 0)$ で半径が 1 の円 C と、原点 O を通り傾きが $\tan \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) の直線 l を考える。

- (1) 円 C と直線 l が異なる 2 点で交わる時の θ の範囲を求めよ。
- (2) θ が (1) の範囲を動くとき、円 C と直線 l の交点を Q, R とおく。 $\angle QPR = \alpha$ とおくとき、 $\cos \alpha$ を θ を用いて表せ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積を最大にする θ の値を求めよ。

(配点 25 %)

2 空間内の四面体 OABC において, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とする。また,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \quad |\vec{c}| = 2, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \frac{\pi}{2}$$

とする。点 A から辺 BC に垂線 AP を下ろす。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) \vec{OP} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表せ。

(2) 点 Q は $\angle QPB = \frac{\pi}{2}$, $|\vec{QP}| = |\vec{AP}|$ を満たすとする。さらに $k < 0$ と $l < 0$ を用いて $\vec{OQ} = k\vec{b} + l\vec{c}$ と表せるとき, k と l を求めよ。

(3) 点 D は $\vec{OD} = \vec{b} + 2\vec{c}$ を満たすとする。また点 R が辺 BC 上を動くとき, $|\vec{AR}| + |\vec{RD}|$ を最小とする点を R_0 とする。このとき, \vec{OR}_0 を \vec{b} と \vec{c} を用いて表せ。

(配点 25%)

3 次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^\pi x|\cos x| dx$ を求めよ。

(2) 連続関数 $f(x)$ がすべての実数 x に対して

$$f(x) = |\cos x| + \int_0^\pi tf(t) dt$$

を満たすとする。このとき、 $f(x)$ を求めよ。

(3) a と b を実数とする。すべての実数 x に対して

$$g(x) = a|\cos x| + b \int_0^\pi tg(t) dt$$

を満たす連続関数 $g(x)$ が存在しないための必要十分条件を a と b を用いて表せ。

(配点 25 %)

4 複素数 z_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$z_1 = 0, \quad z_{n+1} = \frac{(3+i)z_n + (1-i)}{(1+i)z_n + (3-i)}$$

で定める。ただし i は虚数単位を表す。このとき、次の問いに答えよ。

(1) z を複素数とする。 $|z| < 1$ のとき、

$$|(1+i)z + (3-i)| > |(3+i)z + (1-i)|$$

が成り立つことを示せ。

(2) 複素数 w_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$w_n = \frac{z_n + i}{iz_n + 1}$$

で定める。このとき、 w_{n+1} を w_n を用いて表せ。

(3) z_n を実数 a_n, b_n を用いて $z_n = a_n + b_n i$ と表すとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ をそれぞれ求めよ。

(配点 25 %)

正解・解答例

教科・科目名	数学 MA（後期日程試験：令和6年度）
1	(1) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ (2) $4 \sin^2 \theta - 1$ (3) $\frac{\pi}{6}$
2	(1) $\frac{4}{5}\vec{b} + \frac{1}{5}\vec{c}$ (2) $k = -\frac{2}{5}, \ell = -\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{5}\vec{b} + \frac{4}{5}\vec{c}$
3	(1) π (2) $ \cos x - \frac{2\pi}{\pi^2 - 2}$ (3) $a \neq 0$ かつ $b = \frac{2}{\pi^2}$
4	(1) 略 (2) $w_{n+1} = \frac{w_n + 1}{2}$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	数 学 MA（後期日程試験：令和6年度）
実施学部 学科（課程）等	情報学部（情報科学科），理学部（創造理学コース），工学部
出題のねらい	<p>1 平面図形に関する基本的な性質を理解しているか。</p> <p>2 ベクトルに関する基本的な性質を理解し，空間図形に関する問題を解くことができるか。</p> <p>3 積分の性質を理解しているか。</p> <p>4 複素数に関する性質を理解しているか。</p>
採点基準	<p>1 配点 25 %</p> <p>2 配点 25 %</p> <p>3 配点 25 %</p> <p>4 配点 25 %</p>