

2024年度

MC

数 学

3月12日(火)

教 育 学 部 (数学教育専修)

12 : 20 ~ 13 : 40

【後 期 日 程】

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙（3枚）に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、3ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読むではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 正の整数 n に対して、関数 $f_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k}$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f_n(x)$ を微分せよ。
- (2) n が偶数のとき、 $0 \leq x \leq 1$ の範囲で $\log(1+x) \geq f_n(x)$ が成り立つことを示せ。ただし \log は自然対数を表す。
- (3) $a_m = f_{2m}(1)$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) とするとき、極限 $\lim_{m \rightarrow \infty} a_m$ を求めよ。

(配点 30 %)

2 複素数 z_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$z_1 = 0, \quad z_{n+1} = \frac{(3+i)z_n + (1-i)}{(1+i)z_n + (3-i)}$$

で定める。ただし i は虚数単位を表す。このとき、次の問いに答えよ。

(1) z を複素数とする。 $|z| < 1$ のとき、

$$|(1+i)z + (3-i)| > |(3+i)z + (1-i)|$$

が成り立つことを示せ。

(2) 複素数 w_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$w_n = \frac{z_n + i}{iz_n + 1}$$

で定める。このとき、 w_{n+1} を w_n を用いて表せ。

(3) z_n を実数 a_n, b_n を用いて $z_n = a_n + b_n i$ と表すとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ をそれぞれ求めよ。

(配点 35 %)

3 次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^\pi x|\cos x| dx$ を求めよ。

(2) 連続関数 $f(x)$ がすべての実数 x に対して

$$f(x) = |\cos x| + \int_0^\pi tf(t) dt$$

を満たすとする。このとき、 $f(x)$ を求めよ。

(3) a と b を実数とする。すべての実数 x に対して

$$g(x) = a|\cos x| + b \int_0^\pi tg(t) dt$$

を満たす連続関数 $g(x)$ が存在しないための必要十分条件を a と b を用いて表せ。

(配点 35 %)

正解・解答例

教科・科目名	数学 MC (後期日程試験：令和6年度)
1	<p>(1) $f'_n(x) = \begin{cases} \frac{1 - (-x)^n}{1+x} & (x \neq -1) \\ n & (x = -1) \end{cases}$</p> <p>(2) 略</p> <p>(3) $\log 2$</p>
2	<p>(1) 略</p> <p>(2) $w_{n+1} = \frac{w_n + 1}{2}$</p> <p>(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$</p>
3	<p>(1) π</p> <p>(2) $\cos x - \frac{2\pi}{\pi^2 - 2}$</p> <p>(3) $a \neq 0 \text{ かつ } b = \frac{2}{\pi^2}$</p>

採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	数 学 MC（後期日程試験：令和6年度）
実施学部 学科（課程）等	教育学部（数学教育専修）
出題のねらい	<ul style="list-style-type: none">1 微分の基本を理解し，極限に関する問題を解くことができるか。2 複素数に関する性質を理解しているか。3 積分の性質を理解しているか。
採点基準	<ul style="list-style-type: none">1 配点 30 %2 配点 35 %3 配点 35 %