

2024年度

M 1

数 学

教 育 学 部 (学校教育教員養成課程)

【音楽教育・美術教育・保健体育教育専修は除く】

2月25日(日)

9:00~10:20

【前期日程】

理 学 部 (生物科学科, 地球科学科)

農 学 部

グローバル共創科学部

9:50~11:10

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(3枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、3ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読むではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフの概形をかけ。
- (2) 実数 t に対して、 $t \leq x$ における $f(x)$ の最小値を $m(t)$ とするとき、 $m(t)$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた $m(t)$ に対して、 $m(t) \geq t - 3$ を満たすような t をすべて求めよ。

(配点 30 %)

2 a, b, c を実数とする。 $x = a + b + c$, $y = bc + ca + ab$, $z = abc$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) $a^2 + b^2 + c^2$ を x, y を用いて表せ。

(2) $a^3 + b^3 + c^3$ を x, y, z を用いて表せ。

(3) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解せよ。

(4) 次の等式を満たす実数 p, q, r は存在しないことを示せ。

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{r^3} = 1$$

(配点 35%)

3

座標平面上の直線 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ を l とする。 l 上に中心があり x 軸の正の部分と接する半径 1 の円を O_1 とする。正の整数 n に対して、 O_{n+1} を、 l 上に中心があり O_n と x 軸の両方に接する円のうち半径が O_n より小さい円とする。各円 O_n の中心の座標を (x_n, y_n) とし、3 点 $(x_n, y_n), (x_{n+1}, y_{n+1}), (x_n, y_{n+1})$ を頂点とする三角形の面積を S_n とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) y_2 を求めよ。

(2) y_n を n の式で表せ。

(3) S_n を n の式で表せ。

(4) $S_m > 10^{-5}$ を満たす最大の正の整数 m を求めよ。ただし、必要であれば次の不等式 $0.30 < \log_{10} 2 < 0.31$, $0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$ を用いてよい。

(配点 35 %)

正解・解答例

| 教科・科目名 | 数学 M1 (前期日程試験：令和6年度) |
|--|--|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1</div> | <p>(1) $x = 1$ のとき極大値 1 をとり、$x = 3$ のとき極小値 -3 をとる。概形は略。</p> <p>(2) $t \leq 0, 3 < t$ のとき $m(t) = t^3 - 6t^2 + 9t - 3$ $0 < t \leq 3$ のとき $m(t) = -3$</p> <p>(3) $t = 0, 4 \leq t$</p> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">2</div> | <p>(1) $x^2 - 2y$</p> <p>(2) $x^3 - 3xy + 3z$</p> <p>(3) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab)$</p> <p>(4) 略</p> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">3</div> | <p>(1) $y_2 = \frac{1}{3}$</p> <p>(2) $y_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$</p> <p>(3) $S_n = \frac{2\sqrt{3}}{3^{2n}}$</p> <p>(4) $m = 5$</p> |

採点・評価基準（具体的基準）

| | |
|-----------------|---|
| 教科・科目名 | 数 学 M1（前期日程試験：令和 6 年度） |
| 実施学部 学科（課程）等 | 教育学部学校教員養成課程（音楽教育専修・美術教育専修・保健体育教育専修を除く各専攻・専修）， 理学部（生物科学科，地球科学科），農学部，グローバル共創科学部 |
| 出題のねらい | <p>1 微分に関する基本を理解し，グラフや極値を求めることができるか。</p> <p>2 因数分解や証明ができるか。</p> <p>3 平面図形や数列および対数に関する基本的な性質を理解しているか。</p> |
| 採点基準 | <p>1 配点 30 %</p> <p>2 配点 35 %</p> <p>3 配点 35 %</p> |