2024年度

M２

数　　学

2月25日(日) 【前 期 日 程】	情 報 学 部（情報科学科）	9 : 30 ～ 11 : 30
	理　学　部（物理学科，化学科，創造理学コース）	9 : 50 ～ 11 : 50
	工　学　部	9 : 20 ～ 11 : 20

注 意 事 項

試験開始前

1　**監督者の指示があるまで，問題冊子，解答用紙に手を触れてはいけません。**

2　**監督者の指示に従って，全部の解答用紙(４枚)に受験番号を記入しなさい。**

試験開始後

3　この問題冊子は，４ページあります。はじめに，問題冊子，解答用紙を確かめ，枚数の不足や，印刷の不鮮明なもの，ページの落丁・乱丁があった場合は，手をあげて監督者に申し出なさい。

4　**解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。**

5　解答スペースが不足するときは，解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし，その場合は，表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。

6　問題は，声を出して読んではいけません。

7　各問の配点は，比率(%)で表示してあります。

試験終了後

8　問題冊子は，必ず持ち帰りなさい。

1 座標平面上の直線 $y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ を ℓ とする。ℓ 上に中心があり x 軸の正の部分と接する半径 1 の円を O_1 とする。正の整数 n に対して，O_{n+1} を，ℓ 上に中心があり O_n と x 軸の両方に接する円のうち半径が O_n より小さい円とする。各円 O_n の中心の座標を $(x_n,\ y_n)$ とし，3 点 $(x_n,\ y_n)$, $(x_{n+1},\ y_{n+1})$, $(x_n,\ y_{n+1})$ を頂点とする三角形の面積を S_n とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) y_2 を求めよ。

(2) y_n を n の式で表せ。

(3) S_n を n の式で表せ。

(4) $S_m > 10^{-5}$ を満たす最大の正の整数 m を求めよ。ただし，必要であれば次の不等式 $0.30 < \log_{10} 2 < 0.31$, $0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$ を用いてよい。

（配点 25 %）

2 A, B の 2 名で将棋の対局を行う。対局は必ず勝敗がつくとし，A は確率 p で勝利し，B は確率 $1-p$ で勝利する。ただし，$0 \leqq p \leqq 1$ とする。対局を複数局行い，先に 4 局勝利したものを優勝とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 4 局目で A, B が優勝する確率をそれぞれ p を用いて表せ。

(2) 5 局目で優勝者が決まる確率を p を用いて表せ。

(3) 5 局目で優勝者が決まる確率が最大になる p を求めよ。

(4) (3) で求めた p に対して，5 局目で優勝者が決まる確率を求めよ。

（配点 25 %）

3 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = x - x^2, \quad g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leqq x \leqq 1) \\ f(-x) & (-1 \leqq x \leqq 0) \end{cases}$$

により定める。曲線 $y = g(x)$ および $y = \dfrac{2}{\pi^2}\sin \pi x\ (-1 \leqq x \leqq 1)$ によって囲まれる図形 D を考える。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $h(x) = f(x) - \dfrac{2}{\pi^2}\sin \pi x$ とおくとき，$h(x)$ の $x = \dfrac{1}{2}$ における微分係数を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で $f(x) \geqq \dfrac{2}{\pi^2}\sin \pi x$ が成り立つことを示せ。

(3) D の面積を求めよ。

(4) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

（配点 25 %）

4 空間内に点 O, A, B, C, D, E がある。3 点 O, B, C は一直線上にないとし，これら 3 点を含む平面を α とする。平面 α はベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ に垂直であり，

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \neq \vec{0}, \quad \overrightarrow{\mathrm{BD}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{CE}} = t\overrightarrow{\mathrm{OA}} \quad (0 < t < s < 1)$$

を満たしている。また，2 点 A, D を通る直線，2 点 D, E を通る直線，2 点 A, E を通る直線が平面 α と交わる点をそれぞれ P, Q, R とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{b}$ と実数 s を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{b}, \vec{c}$ および実数 s, t を用いて表せ。

(3) 3 点 P, Q, R が一直線上にあることを示せ。

（配点 25 %）

正 解 ・ 解 答 例

教科・科目名	数 学 **M2**（前期日程試験：令和６年度）
$\boxed{\mathbf{1}}$	（1） $y_2 = \dfrac{1}{3}$ （2） $y_n = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$ （3） $S_n = \dfrac{2\sqrt{3}}{3^{2n}}$ （4） $m = 5$
$\boxed{\mathbf{2}}$	（1） A が優勝する確率は p^4 B が優勝する確率は $(1-p)^4$ （2） $4p^4(1-p)+4(1-p)^4p$ （3） $p = \dfrac{3\pm\sqrt{3}}{6}$ のとき確率が最大となる。 （4） $\dfrac{1}{3}$
$\boxed{\mathbf{3}}$	（1） $h'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$ （2） 略 （3） $\dfrac{1}{3}$ （4） $\dfrac{\pi}{15} - \dfrac{2}{\pi^3}$
$\boxed{\mathbf{4}}$	（1） $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{1-s}\vec{b}$ （2） $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = -\dfrac{t}{s-t}\vec{b} + \dfrac{s}{s-t}\vec{c}$ （3） 略

採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	**数 学　M2（前期日程試験：令和６年度）**
実施学部 学科（課程）等	情報学部（情報科学科），理学部（物理学科，化学科，創造理学コース），工学部
出題のねらい	**1**　平面図形や数列および対数に関する基本的な性質を理解しているか。 **2**　確率および関数の最大値に関する基本的な性質を理解しているか。 **3**　微分・積分に関する基本を理解し，図形の面積や回転体の体積を求めることができるか。 **4**　空間内のベクトルに関する基本的な性質を理解しているか。
採点基準	**1**　配点 25 % **2**　配点 25 % **3**　配点 25 % **4**　配点 25 %