

2025年度

M 2

数 学

2月25日(火) 【前期日程】	情 報 学 部 (情報科学科)	9 : 30 ~ 11 : 30
	理 学 部 (物理学科, 化学科, 創造理学コース)	9 : 50 ~ 11 : 50
	工 学 部	9 : 20 ~ 11 : 20

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 正の整数 n に対して、 $f(x) = e^x(1 - e^x)^n$ とする。ただし、 e は自然対数の底である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x < 0$ において $f(x)$ はただ 1 つの極値をとることを示し、その極値および極値をとる x の値を n を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた極値をとる x の値を a_n とする。 $t = 1 - e^x$ とおくことで、定積分 $\int_{a_n}^0 f(x) dx$ の値を n を用いて表せ。
- (3) (2) で定めた a_n に対して、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \int_{a_n}^0 f(x) dx$ を求めよ。

(配点 25 %)

2 i を虚数単位とし、 $\alpha = \sqrt{3} + i$ とする。1 個のさいころを 2 回投げて、出た目を順に k, ℓ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) α を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(2) $\alpha^{k\ell}$ が実数となる確率を求めよ。

(3) $\alpha^{k\ell}$ の実部が正となる確率を求めよ。

(配点 25 %)

3 $\triangle OAB$ において, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし, $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ とする。また, 辺 OA を $s : (1-s)$, 辺 OB を $t : (1-t)$, 辺 AB を $u : (1-u)$ に内分する点をそれぞれ P , Q , R とする。ただし, $0 < s < 1$, $0 < t < 1$, $0 < u < 1$ とする。さらに, 線分 PQ と線分 OR の交点を X とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 線分 OR の長さを u を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OX}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, s , t , u を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{OR}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直であるとき, 次の (i), (ii) に答えよ。

(i) u の値を求めよ。

(ii) $st = \frac{1}{8}$ であるとき, 線分 OX の長さが最大となる s , t の値およびそのときの線分 OX の長さをそれぞれ求めよ。

(配点 25 %)

4 n を正の整数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a を 0 でも 1 でもない実数とする。このとき、次の等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^n k a^{k-1} = \frac{n a^{n+1} - (n+1) a^n + 1}{(a-1)^2}$$

(2) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^{k-1}} < 4$$

(3) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{2^{2k-1}} < \frac{10}{9}$$

(配点 25 %)

正解・解答例

教科・科目名	数 学 M2（前期日程試験：令和 7 年度）
1	(1) $x = \log \frac{1}{n+1}$ のとき，極大値 $\frac{n^n}{(n+1)^{n+1}}$ (2) $\frac{n^{n+1}}{(n+1)^{n+2}}$ (3) $\frac{1}{e}$
2	(1) $\alpha = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ (2) $\frac{5}{12}$ (3) $\frac{13}{36}$
3	(1) $\sqrt{3u^2 - 4u + 3}$ (2) $\overrightarrow{OX} = \frac{st(1-u)}{t(1-u) + su} \vec{a} + \frac{stu}{t(1-u) + su} \vec{b}$ (3) (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $s = \frac{1}{4}, t = \frac{1}{2}$ のとき最大値 $\frac{\sqrt{15}}{8}$
4	(1) 略 (2) 略 (3) 略

採点・評価基準（具体的基準）

教科・科目名	数 学 M2（前期日程試験：令和 7 年度）
実施学部 学科（課程）等	情報学部（情報科学科），理学部（物理学科，化学科，創造理学コース），工学部
出題のねらい	1 微分・積分に関する性質を理解し，極限を求めることができるか。 2 複素数および確率の性質を理解しているか。 3 ベクトルに関する性質を理解し，平面図形の問題を解くことができるか。 4 数列に関する性質を理解し，不等式を証明することができるか。
採点基準	1 配点 25 % 2 配点 25 % 3 配点 25 % 4 配点 25 %