

2026年度

M 3

数 学

2月25日(水)
【前期日程】

理 学 部 (数学科)

9 : 50 ~ 11 : 50

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて各問に対応した解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、裏面の指示に従い、続きを書き始めなさい。
- 6 問題は、声を出して読むではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 k, n を自然数とする。赤玉 1 個, 白玉 k 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し, 色を調べてからもとに戻す。この試行を n 回行うとき, 次の問いに答えよ。

(1) $n = 5$ のとき, 1 回も赤玉が出ない確率を k を用いて表せ。

(2) $n = 5$ のとき, 2 回だけ赤玉が出る確率を k を用いて表せ。

(3) $k = 9$ のとき, 少なくとも 1 回は赤玉が出る確率を p_n とする。このとき, p_n を n を用いて表せ。また, $p_n \geq \frac{2}{3}$ となるような最小の n を求めよ。ただし, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(配点 25 %)

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{4a_n + 5} - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n について、 $a_n > 1$ であることを示せ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ を示せ。
- (3) すべての自然数 n について、 $4a_n + \sum_{k=1}^n a_k^2 = n + 11$ であることを示せ。
- (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k^2$ を求めよ。

(配点 25 %)

3 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $3:2$ に内分する点を C 、辺 OB を $2:1$ に内分する点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。また、辺 OA を $s:(1-s)$ 、辺 OB を $t:(1-t)$ に内分する点をそれぞれ P 、 Q とし、3点 P 、 Q 、 E は同一直線上にあるとする。ただし、 $0 < s < 1$ 、 $0 < t < 1$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) s を t を用いて表せ。また、 t がとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $\triangle OAB$ の面積を S_1 、 $\triangle OPQ$ の面積を S_2 とする。面積比 $\frac{S_2}{S_1}$ の最小値、およびそのときの s と t の値を求めよ。

(配点 25%)

4 0以上の整数 n に対して、関数 $f_n(x) = \frac{\log(x+n)}{x^2}$ ($x > 0$) を考える。このとき、次の問いに答えよ。必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

(1) 関数 $f_0(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

(2) 不定積分 $\int f_n(x) dx$ を求めよ。

(3) 極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t f_n(x) dx$ を求めよ。

(4) $b > a > 0$ とするとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \int_a^b f_n(x) dx$ を a, b を用いて表せ。

(配点 25 %)