

2018年度

MA

数 学

3月12日(月) 情報学部 (情報科学科)
【後期日程】 理学部 (創造理学コース) 9:30~11:30
工学部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 a を正の数とし、2次曲線 $x^2 - ay^2 = 1$ を C とする。この曲線 C に接する傾き 1 の直線が存在するとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C に接する傾き 1 の直線の方程式を a を用いて表せ。
- (3) 曲線 C と (2) で求めた直線の接点の座標を a を用いて表せ。

(配点 25 %)

2 実数 t の関数

$$f(t) = \int_0^2 |x^2 - (t+1)x + t| dx$$

を考える。このとき、 $f(t)$ の $0 \leq t \leq 2$ における最大値と最小値、およびそのときの t の値を求めよ。

(配点 25 %)

3 Oを原点とする座標平面上の $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。2点 A, Bを通る直線上に点 P を、直線 AB と直線 OP が直交するようにとる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OP} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

(2) t を正の数とし、2点 A, B の座標が $A\left(t, \frac{1}{t}\right)$ 、 $B(t+1, 0)$ と表せるとき、 $|\overrightarrow{OP}| \leq \sqrt{2}$ なることを示せ。

(配点 25 %)

4 関数 $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ について、次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べ、そのグラフの概形をかけ。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{2} \log 3} f(x) dx$ を求めよ。

(配点 25 %)