

2020年度

MA

数 学

3月12日(木) 情報学部 (情報科学科) 12:20~14:20
【後期日程】 理学部 (創造理学コース)
工学部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1

自然数 n に対して、 A_n, B_n を数直線上の点とし、点 A_n の座標を a_n 、点 B_n の座標を b_n で表す。ただし、 $a_1 = 0, b_1 = 1$ とし、点 A_{n+1} を点 A_n と点 B_n の中点、点 B_{n+1} を線分 $A_n B_n$ を $4:1$ に外分する点とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, b_2, a_3, b_3 をそれぞれ求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。
- (3) b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。
- (4) $b_n - a_n$ を n を用いて表せ。
- (5) a_n を n を用いて表せ。

(配点 25 %)

2 $\triangle OAB$ において $OA = 2\sqrt{3}$, $OB = \sqrt{7}$ とする。頂点 B から辺 OA に垂線を下ろし、その交点を P とする。点 P は辺 OA を $1:3$ に内分している。また、線分 AB の中点を Q 、辺 OB を $2:1$ に内分する点を R とする。線分 BP と線分 OQ の交点を L 、線分 OQ と線分 AR の交点を M 、線分 AR と線分 BP の交点を N とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値と線分 AB の長さを求めよ。
- (2) \vec{OL} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (3) \vec{OM} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (4) \vec{ON} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (5) $\triangle LMN$ が正三角形であることを示し、 $\triangle LMN$ の 1 辺の長さを求めよ。

(配点 25 %)

3 複素数 α は $\alpha^5 = 1$, $\alpha \neq 1$ を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 等式 $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) $(1 - \alpha)(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^3)(1 - \alpha^4)$ が実数であることを示し、その値を求めよ。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たす実数 θ に対して、 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ とおく。このとき、等式

$$|1 - z| = 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 i は虚数単位を表す。

(4) $\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} \sin \frac{4\pi}{5}$ の値を求めよ。

(配点 25 %)

4 e を自然対数の底とし, 関数 $f(x) = (2x - 1)e^{-\frac{x}{3}}$ を考える. $y = f(x)$ のグラフを C とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフの概形を描け. 必要ならば, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ を用いてよい.
- (2) C 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を a を用いて表せ.
- (3) 原点を通る C の接線をすべて求めよ.
- (4) (3) で求めた接線と C で囲まれた部分の面積を求めよ.

(配点 25%)