

2020年度

**M C**

# 数 学

3月12日(木)

教 育 学 部 (数学教育専修)

12 : 20 ~ 13 : 20

【後 期 日 程】

## 注 意 事 項

### 試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(2枚)に受験番号を記入しなさい。

### 試験開始後

- 3 この問題冊子は、2ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏面へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

### 試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

**1**  $a, b$  を  $b < a$  をみたす正の定数とする。原点  $O$  を中心とする円  $x^2 + y^2 = a^2$  と楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  の  $x \geq 0, y \geq 0$  の部分をそれぞれ  $C_1, C_2$  とする。 $C_2$  上に点  $P(x_0, y_0)$  ( $0 < x_0 < a$ ) をとり、 $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線を  $l$  とし、 $l$  と  $x$  軸との交点を  $D$ 、 $l$  と  $C_1$  との交点を  $Q$  とする。また、 $P$  における  $C_2$  の接線を  $m$  とし、接線  $m$  と  $y$  軸および  $C_2$  で囲まれた領域の面積を  $S_1$ 、接線  $m$  と  $x$  軸および  $C_2$  で囲まれた領域の面積を  $S_2$  とする。 $\angle QOD = \theta$  とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $x_0, y_0$  をそれぞれ  $a, b, \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $S_1$  を  $a, b, \theta$  を用いて表せ。
- (3)  $Q$  における  $C_1$  の接線と  $y$  軸および  $C_1$  で囲まれた領域の面積を  $T_1$  とするとき、 $S_1$  と  $T_1$  の比を  $a, b$  を用いて表せ。
- (4)  $P$  が  $C_2$  上 ( $0 < x_0 < a$ ) を動くとき、 $S_1 = S_2$  となるときの  $\theta$  を求めよ。

(配点 50 %)

**2** 複素数  $\alpha$  は  $\alpha^5 = 1$ ,  $\alpha \neq 1$  を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 等式  $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $(1 - \alpha)(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^3)(1 - \alpha^4)$  が実数であることを示し、その値を求めよ。
- (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  を満たす実数  $\theta$  に対して、 $z = \cos \theta + i \sin \theta$  とおく。このとき、等式

$$|1 - z| = 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $i$  は虚数単位を表す。

- (4)  $\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} \sin \frac{4\pi}{5}$  の値を求めよ。

(配点 50 %)