

2020年度

M 1

数 学

教 育 学 部 (学校教育教員養成課程)

2月25日(火)

【音楽教育・美術教育・保健体育教育専修は除く】

【前期日程】

理 学 部 (生物科学科, 地球科学科)

農 学 部

地 域 創 造 学 環 (選抜方法A)

9 : 50~11 : 10

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 座標平面上において、放物線 $y = -x^2 + 2x + 2$ を C_1 とし、実数 a, b を定数とする放物線 $y = x^2 - 2ax + a^2 + b$ を C_2 、直線 $y = 2ax - 2b$ を L とする。放物線 C_2 と直線 L が接しているとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b が満たす条件を求めよ。
- (2) 放物線 C_2 が放物線 C_1 と共有点を 2 点持ち、1 つの共有点の x 座標が負で他の共有点の x 座標が正となるときの定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) a が (2) の範囲を動くとき、2 つの放物線 C_1, C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。 S の最大値とそのときの a の値を求めよ。

(配点 25 %)

2 平面上の3つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ が、条件

$$|\vec{a}| = 1, \quad |\vec{b}| = n, \quad |\vec{c}| = mn, \quad \vec{c} = 2m\vec{a} + 2\vec{b} \quad \dots\dots(*)$$

を満たしている。ただし、 m, n は自然数で $m > n \geq 3$ を満たすとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) ベクトル \vec{p}, \vec{q} に対して、

$$|\vec{p} + \vec{q}| \leq |\vec{p}| + |\vec{q}|$$

が成り立つことを示せ。

(2) 条件(*)を満たす自然数 m, n の組 (m, n) をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた組 (m, n) のうち、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値が整数になるときの組 (m, n) を求め、 \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

(配点 25 %)

3 男子 15 人，女子 13 人のあわせて 28 人のクラスから 4 人の委員を次の手順で選ぶ。

手順 1 最初に 28 人の中からくじ引きで 3 人の委員を選ぶ。

手順 2 手順 1 の結果，男子 3 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員を女子の中からくじ引きで選ぶ。手順 1 の結果，女子 3 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員を男子の中からくじ引きで選ぶ。手順 1 の結果，男子 2 人と女子 1 人，または男子 1 人と女子 2 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員をまだ委員に選ばれていない 25 人の中からくじ引きで選ぶ。

このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 男子 2 人，女子 2 人が委員に選ばれる確率を求めよ。
- (2) 男子 2 人，女子 2 人が委員に選ばれ，かつこの委員の中にクラスの特定の男子 1 名「静岡太郎」が含まれている確率を求めよ。

(配点 25 %)

4 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n - 4}{13a_n - 8} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また、自然数 k に対して、整数 p_k を k を 3 で割ったときの商とし、

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k^{p_k}$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 の値をそれぞれ求めよ。
- (2) S_9 の値を求めよ。
- (3) $S_{3m}, S_{3m+1}, S_{3m+2}$ ($m = 2, 3, \dots$) を m を用いてそれぞれ表せ。

(配点 25 %)