

2020年度

M 2

数 学

	情 報 学 部 (情報科学科)	9 : 30 ~ 11 : 30
2月25日(火)	理 学 部 (物理学科, 化学科)	9 : 50 ~ 11 : 50
【前 期 日 程】	工 学 部	9 : 00 ~ 11 : 00

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記しなさい。
- 6 問題は、声を出して読んではいけません。
- 7 各問の配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。

1 男子 15 人，女子 13 人のあわせて 28 人のクラスから 4 人の委員を次の手順で選ぶ。

手順 1 最初に 28 人の中からくじ引きで 3 人の委員を選ぶ。

手順 2 手順 1 の結果，男子 3 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員を女子の中からくじ引きで選ぶ。手順 1 の結果，女子 3 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員を男子の中からくじ引きで選ぶ。手順 1 の結果，男子 2 人と女子 1 人，または男子 1 人と女子 2 人が委員に選ばれた場合，残りの 1 人の委員をまだ委員に選ばれていない 25 人の中からくじ引きで選ぶ。

このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 男子 3 人，女子 1 人が委員に選ばれる確率を求めよ。
- (2) 男子 2 人，女子 2 人が委員に選ばれる確率を求めよ。
- (3) 男子 1 人，女子 3 人が委員に選ばれる確率を求めよ。
- (4) 男子 2 人，女子 2 人が委員に選ばれ，かつこの委員の中にクラスの特定の男子 1 名「静岡太郎」が含まれている確率を求めよ。

(配点 25 %)

2 2以上の自然数 n に対して,

$$a_n = \frac{1}{2^n} \tan \frac{\pi}{2^n}$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、等式

$$\frac{2}{\tan x} = \frac{1}{\tan \frac{x}{2}} - \tan \frac{x}{2}$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 等式

$$\sum_{i=2}^n a_i = \frac{1}{2^n \tan \frac{\pi}{2^n}}$$

が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) 無限級数 $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ の収束、発散を調べ、収束するときはその和を求めよ。

(配点 25 %)

3 平面上の3つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ が, 条件

$$|\vec{a}| = 1, \quad |\vec{b}| = n, \quad |\vec{c}| = mn, \quad \vec{c} = 2m\vec{a} + 2\vec{b} \quad \dots\dots(*)$$

を満たしている。ただし, m, n は自然数で $m > n \geq 3$ を満たすとする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) ベクトル \vec{p}, \vec{q} に対して,

$$|\vec{p} + \vec{q}| \leq |\vec{p}| + |\vec{q}|$$

が成り立つことを示せ。

(2) 条件(*)を満たす自然数 m, n の組 (m, n) をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた組 (m, n) のうち, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値が整数になるときの組 (m, n) を求め, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

(配点 25 %)

4 次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底を表す。

(1) 曲線 $y = \log x$ と x 軸および直線 $x = e^2$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(2) (1) の図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(3) 関数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$ の導関数を求めよ。

(4) 曲線 $y = \log x$ ($\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{2}$) の長さを求めよ。

(配点 25 %)