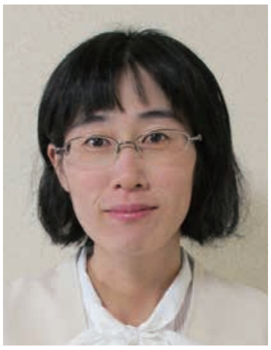

“単項式イデアルの極小自由分解と算術階数”

講師　木村　杏子（代数学）

1982年2月生まれ、2009年名古屋大学大学院多元数理科学研究科博士課程後期課程修了、2009年4月大阪大学大学院情報科学研究科特任助教、2010年10月静岡大学理学部助教、2014年4月静岡大学理学部講師

2016年より第3期若手重点研究者

研究概要

私の専門は組合せ論的可換環論です。環とは、粗く言えば、和・差・積の定義された集合のことで、例えば整数全体がそれに当たります。多項式全体の集合も環で、研究対象はその中でも単項式によって定義される（生成される）集合（単項式イデアル）です。単項式イデアルについて、その極小生成元の個数は決まっていますが、何乗かしてそのイデアルに入るということを考えると、必要な生成元の最小個数は変わってきます。その不変量を算術階数といいます。

イデアルを生成する単項式たちが独立していれば、非常に扱いやすいものです。その“独立度”を調べるものとして極小自由分解があります。具体的な極小自由分解を構成することは、可換環論における重要な研究の一つです。しかしそれは難しいため、極小に近い自由分解を具体的に構成すること、極小自由分解の形（ベッチ数）の決定を当面の目標として研究を行っています。

これまでの主な研究成果としては、高さ２のコーエン・マコーレーイデアルの算術階数が２であること、ある具体的な自由分解の長さが、算術階数の上限を与えること、グラフによって定義されるイデアルのベッチ数の組合せ論的記述、が挙げられます。

- **算術階数**

$$\mathrm{ara}\, I := \min\left\{ r \;:\; \begin{array}{l} \exists g_1, \ldots, g_r \in S \\ \text{s.t. } \sqrt{(g_1, \ldots, g_r)} = \sqrt{I} \end{array} \right\}$$

- **極小自由分解**

$$0 \to \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} S(-j)^{\beta_{pj}} \to \cdots$$
$$\cdots \to \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} S(-j)^{\beta_{1j}} \to S \to S/I \to 0$$

- **ベッチ数**

$$\beta_{ij}(S/I)(= \beta_{ij}) := \dim_K [\mathrm{Tor}_i^S(K, S/I)]_j$$

メッセージ

組合せ論的可換環論は、単体的球面の上限予想の肯定的解決に端を発します。単体的球面は幾何的要素をもつ対象で、予想自体は組合せ論的なものです。1975年、スタンレーはこの組合せ論的予想を代数的手法を用いて解決しました。すなわち、この予想の解決の過程には代数・幾何・組合せ論の融合があるのです。

数学では、このように一見何も関係しないと思われるものが実は奥深くではつながっている、ということがよくあります。それを知ることは数学の面白さの一つであり、その発見は研究の醍醐味です。まだゼミ生を担当した経験も少ないですが、学生にもこの数学の面白さを伝えていきたいと思っています。

また研究に関しては、一つの問題から派生する問題が現れ、研究対象がどんどん拡がり考える問題が尽きない、という状況になるのが理想と考えます。理想に近づけるように、常にアンテナを張り、研究者としての自分の幅が広がるよう、努力していきたいと思います。

【主な研究業績】

受賞暦：
第４回名古屋大学数理科学同窓会学生奨励賞（飛田賞）（2015）

外部資金獲得状況：
科学研究費補助金若手研究（B）「単項式イデアルの極小自由分解と算術階数との関係の解明」（2012-2015）、科学研究費補助金若手研究（B）「単項式イデアルや二項式イデアルの極小自由分解及びその不変量」（2015-2019）。

著書・論文：

１）K. Kimura, Non-vanishing of Betti numbers of edge ideals and complete bipartite subgraphs, Comm. Algebra 44 (2016), 710--730.

２）K. Kimura, N. Terai, Arithmetical rank of Gorenstein squarefree monomial ideals of height three, J. Algebra 422 (2015), 11--32.

３）K. Kimura, Non-vanishingness of Betti numbers of edge ideals, in:“Harmony of Groebner Bases and the Modern Industrial Society ---The Second CREST-SBM International Conference (T. Hibi ed.),” World Scientific, 2012, pp. 153--168.

４）K. Kimura, Arithmetical rank of Cohen--Macaulay squarefree monomial ideals of height two, J. Commut. Algebra 3 (2011), 31--46.

５）K. Kimura, Lyubeznik resolutions and arithmetical rank of monomial ideals, Proc. Amer. Math. Soc. 137 (2009), 3627--3435.

若手重点研究者